

УДК 621.7.044

Пузырь Р. Г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНОЙ НАГРУЗКИ, ВЫЗЫВАЮЩЕЙ ПЛАСТИЧЕСКУЮ ДЕФОРМАЦИЮ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗАГОТОВКИ

Радиально-ротационное профилирование применяется в производстве различного рода обечаек для химической, нефтяной, автомобильной промышленности. Этот процесс основывается на локальном воздействии на заготовку парой вращающихся роликов, которые вызывают местную пластическую деформацию.

Как показывают ранее проводимые исследования [1, 2, 3], сложность определения параметров силового нагружения, напряженно-деформированного состояния заготовки заключается в необходимости интегрирования уравнений равновесия, в которых необходимо учитывать влияние изгибающих моментов с одновременным учетом продольных и перерезывающих сил. Расчет усложняется еще и тем, что деформирование при локальном действии сил не является осесимметричным и необходимо учитывать приращение напряжений и деформаций в зависимости от двух координат.

Целью работы является определение силовых факторов процесса радиально-ротационного профилирования с учетом локальности приложения усилий с учетом геометрических параметров заготовки.

При действии поверхностной нагрузки расчет цилиндрической оболочки будем вести по полубезмоментной теории В. Г. Власова [4].

Предположим, что поверхностная нагрузка симметрична относительно плоскости $\varphi = 0$. Тогда составляющие нагрузки q_1, q_2, q_3 можно разложить в следующие ряды [3]:

$$\begin{aligned} q_1 &= q_{10} + \sum_1^{\infty} \bar{q}_{1k} \cos k\varphi, \\ q_2 &= q_{20} + \sum_1^{\infty} \bar{q}_{2k} \cos k\varphi, \\ q_3 &= q_{30} + \sum_1^{\infty} \bar{q}_{3k} \sin k\varphi. \end{aligned} \quad (1)$$

Так как распределенная нагрузка действует по направлению оси z , то другие ее составляющие q_2 и q_3 не учитываем (рис. 1).

Давление деформирующего инструмента на цилиндрическую поверхность заготовки:

при $-\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_0$, $q = q_{\max}(\cos \varphi - \cos \varphi_0)$,

при $\varphi_0 \leq \varphi \leq (2\pi - \varphi_0)$, $q = 0$.

Разложим поверхностную нагрузку в ряд по φ :

$$q = q_0 + \sum_{k=1}^{k=\infty} \bar{q}_k \cos k\varphi. \quad (2)$$

Интегрируя правую и левую части равенства от 0 до 2π , найдем q_0 :

$$\int_{-\varphi_0}^{+\varphi_0} q_{\max} (\cos \varphi - \cos \varphi_0) d\varphi = q_0 2\pi; \quad q_0 = \frac{q_{\max}}{2\pi} [2 \sin \varphi_0 - 2\varphi_0 \cos \varphi_0].$$

Для определения коэффициента q_k произвольного члена ряда умножим правую и левую части равенства (2) на $\cos k\varphi$ и проинтегрируем от 0 до 2π :

$$\int_{-\varphi_0}^{+\varphi_0} q_{\max} (\cos \varphi - \cos \varphi_0) \cos k\varphi d\varphi = \int_0^{2\pi} \bar{q}_k \cos^2 k\varphi d\varphi; \quad \bar{q}_k = \frac{2q_{\max}}{\pi} w_k,$$

где при $k \neq 1$ $w_k = \frac{\sin[(k+1)\varphi_0]}{2(k+1)} + \frac{\sin[(k-1)\varphi_0]}{2(k-1)} - \frac{\sin k\varphi_0 \cos k\varphi_0}{k}$;

при $k = 1$ $w_k = \frac{\varphi_0}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\varphi_0$.

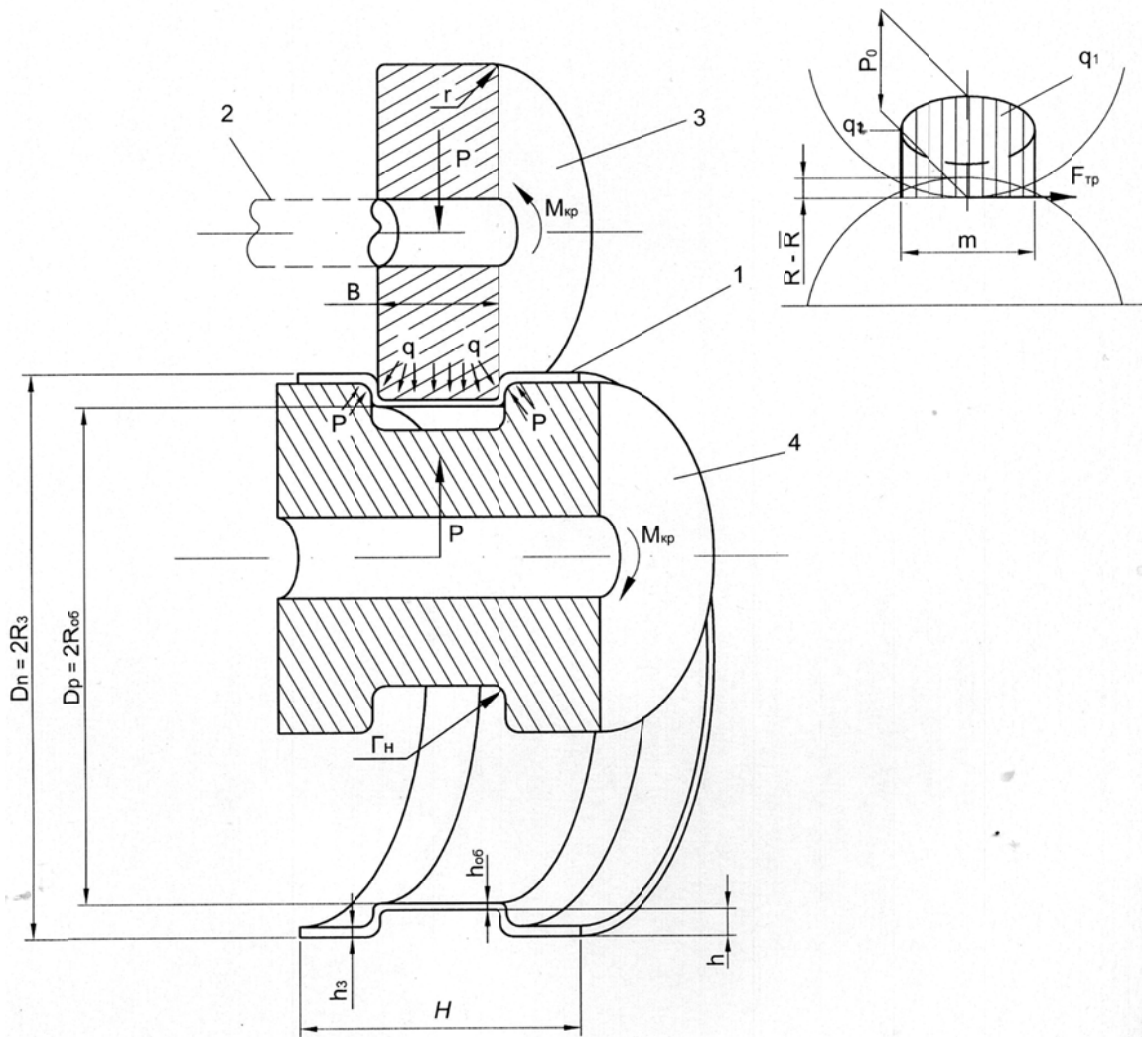


Рис. 1. Схема действия сил при профилировании:

1 – заготовка; 2 – силовой полувал; 3 – верхний профилировочный ролик; 4 – нижний профилирующий ролик

Определим функцию поверхностной нагрузки P :

$$P(x, \varphi) = \frac{\partial^3 q_1}{r^2 \partial \varphi^3} - \frac{\partial^2 q_2}{r \partial x \partial \varphi} + \frac{\partial^2 q_3}{r^2 \partial \varphi^2}. \tag{3}$$

Согласно уравнениям (1), (3) при $q_2 = q_3 = 0$ и $q_1 = \bar{q}_k$:

$$P(x, \varphi) = \sum_1^{\infty} \bar{P}_k \sin k\varphi; \quad \bar{P}_k = \frac{\bar{q}_k k^3}{r^2} = \frac{2q_{\max} w_k k^3}{\pi r^2}; \quad P = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2q_{\max} w_k k^3}{\pi r^2} \sin k\varphi.$$

Первый член ряда соответствует равномерно распределенной радиальной нагрузке. Деформации и напряжения от этой составляющей вычисляются по формулам теории осесимметричной деформации цилиндрических оболочек. Эти напряжения и деформации сравнительно малы и при удалении от места приложения нагрузки быстро затухают.

Такое представление для функции поверхностной нагрузки удобно для последующих расчетов при определении напряжений и деформаций, возникающих в заготовке при профилировании.

Определим q_{max} , которое необходимо для создания локальной пластической деформации заготовки.

Проектируя силы, действующие на элемент оболочки, на направление нормали к срединной поверхности, было получено следующее уравнение равновесия [4]:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - \left(\sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\tau \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\delta \sigma_y}{R} \right) h = 0, \quad (4)$$

Пластическая деформация оболочки начнется, когда $\sigma_i = \sigma_s$:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau^2}, \quad (5)$$

где M_x, M_y, H – изгибающие и крутящий моменты;

σ_x, σ_y – нормальные напряжения, действующие в направлении OX и OY ;

τ – касательное напряжение, действующее в плоскости XOY ;

w – прогиб оболочки в направлении радиуса;

$\delta \sigma_y$ – приращение нормальных напряжений;

R, h – радиус и толщина стенки заготовки.

Изгибающие и крутящий моменты будут равны [5]:

$$\begin{aligned} M_x &= -D' \left[\varphi_c \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \frac{3}{4} (\varphi_c - \varphi_k) \frac{\sigma_x}{\sigma_i^2} \Pi(\sigma, w) \right], \\ M_y &= -D' \left[\varphi_c \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - \frac{3}{4} (\varphi_c - \varphi_k) \frac{\sigma_y}{\sigma_i^2} \Pi(\sigma, w) \right], \\ H &= -D' \left[\frac{1}{2} \varphi_c \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{3}{4} (\varphi_c - \varphi_k) \frac{\tau}{\sigma_i^2} \Pi(\sigma, w) \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где $D' = \frac{E_c h^3}{9}$ – цилиндрическая жесткость оболочки, соответствующая секущему модулю при $\mu = 0,5$ (коэффициент Пуассона);

$$\Pi(\sigma, w) = \sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\tau \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}; \quad \varphi_c = \frac{E_c}{E}; \quad \varphi_k = \frac{E_k}{E};$$

E, E_c, E_k – модуль Юнга, секущий и касательный модули соответственно;

$$E_c = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}, \quad E_k = \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i}.$$

Для упрощения решения задачи введем функцию дополнительных напряжений Φ , тогда [6]:

$$\delta\sigma_x = \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}, \delta\sigma_y = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}, \delta\tau = -\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y}.$$

Подставляя выражения для моментов (6) в уравнение равновесия (4) и учитывая (5), будем иметь:

$$\begin{aligned} & \left[1 - \frac{3}{4} \left(1 - \frac{\varphi_k}{\varphi_c} \right) \frac{\sigma_x^2}{\sigma_i^2} \right] \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \left[1 - \frac{3}{4} \left(1 - \frac{\varphi_k}{\varphi_c} \right) \frac{\sigma_x \sigma_y + 2\tau^2}{\sigma_i^2} \right] \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ & + \left[1 - \frac{3}{4} \left(1 - \frac{\varphi_k}{\varphi_c} \right) \frac{\sigma_y^2}{\sigma_i^2} \right] \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - 3 \left(1 - \frac{\varphi_k}{\varphi_c} \right) \frac{\tau}{\sigma_i^2} \left(\sigma_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + \sigma_y \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} \right) + \\ & + \frac{h}{D'_c} \left(\sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\tau \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

Воспользуемся уравнением для неразрывности деформаций в случае малых прогибов [7]:

$$\frac{\partial^2 \delta\varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \delta\varepsilon_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \delta\gamma}{\partial x \partial y} = -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (8)$$

где $\delta\varepsilon_x, \delta\varepsilon_y, \delta\gamma$ – приращение деформаций в направлении осей X и Y и деформаций сдвига соответственно.

Запишем уравнения связи напряжений и деформаций по деформационной теории пластичности [8]:

$$\delta s_x = E_c \delta\varepsilon_x - (E_c - E_k) \frac{s_x}{\sigma_i} \delta\varepsilon_i; \quad \delta s_y = E_c \delta\varepsilon_y - (E_c - E_k) \frac{s_y}{\sigma_i} \delta\varepsilon_i; \quad \delta\tau = E_c \delta\gamma - (E_c - E_k) \frac{\tau}{\sigma_i} \delta\varepsilon_i, \quad (9)$$

где $s_x = \sigma_x - 0,5\sigma_y$, $s_y = \sigma_y - 0,5\sigma_x$;

σ_i, ε_i – интенсивности напряжений и деформаций срединной поверхности.

Умножим левые и правые части выражений (9) на $\sigma_x, \sigma_y, 3\tau$ и сложим, принимая во внимание выражение:

$$s_x \sigma_x + s_y \sigma_y + 3\tau^2 = \sigma_i^2, \quad (10)$$

получим:

$$\delta s_x \sigma_x + \delta s_y \sigma_y + \delta\tau 3\tau = E_k \sigma_i \delta\varepsilon_i. \quad (11)$$

Отсюда:

$$\delta\varepsilon_i = \frac{\delta s_x \sigma_x + \delta s_y \sigma_y + \delta\tau 3\tau}{E_k \sigma_i} = \frac{\Pi(\sigma, \delta\varepsilon)}{E_k \sigma_i}, \quad (12)$$

где $\Pi(\sigma, \delta\varepsilon) = \Pi(\delta\sigma, s) = s_x \delta\sigma_x + s_y \delta\sigma_y + 3\tau \delta\tau$.

Пользуясь (9), окончательно находим:

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon_x &= \frac{1}{E_c} \left[\delta s_x + \frac{s_x}{\sigma_i^2} \frac{E_c - E_k}{E_k} \Pi(\sigma, \delta s) \right]; & \delta\varepsilon_y &= \frac{1}{E_c} \left[\delta s_y + \frac{s_y}{\sigma_i^2} \frac{E_c - E_k}{E_k} \Pi(\sigma, \delta s) \right]; \\ \delta\gamma &= \frac{1}{E_c} \left[3\delta\tau + \frac{3\tau}{\sigma_i^2} \frac{E_c - E_k}{E_k} \Pi(\sigma, \delta s) \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Запишем уравнения равновесия элемента оболочки в проекциях на направления образующей и касательной к дуге [7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \delta\tau}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \delta\tau}{\partial x} + \frac{\partial \delta\sigma_y}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Эти уравнения удовлетворяются, если воспользоваться ранее приведенной функцией напряжений Φ , тогда:

$$\Pi(\sigma, \delta s) = \Pi(\Phi, s) = s_x \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + s_y \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - 3\tau \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}. \quad (15)$$

Выражения (13) принимают вид:

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon_x &= \frac{1}{E_c} \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{s_x}{\sigma_i^2} \frac{E_c - E_k}{E_k} \Pi(s, \Phi) \right]; \\ \delta\varepsilon_y &= \frac{1}{E_c} \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{s_y}{\sigma_i^2} \frac{E_c - E_k}{E_k} \Pi(s, \Phi) \right]; \\ \delta\gamma &= \frac{1}{E_c} \left[-3 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} + \frac{3\tau}{\sigma_i^2} \frac{E_c - E_k}{E_k} \Pi(s, \Phi) \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Подставляя выражения (16) в (8), приходим к следующему выражению:

$$\nabla^4 \Phi + \frac{\varphi_c - \varphi_k}{\varphi_k \sigma_i^2} \left[\left(\sigma_x - \frac{1}{2} \sigma_y \right) \frac{\partial^2 \Pi(p, \Phi)}{\partial y^2} + \left(\sigma_y - \frac{1}{2} \sigma_x \right) \frac{\partial^2 \Pi(p, \Phi)}{\partial x^2} - 3s \frac{\partial^2 \Pi(p, \Phi)}{\partial x \partial y} \right] = \frac{\varphi_c E}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (17)$$

При профилировании цилиндрической заготовки действие нагрузки представим как действие равномерно распределенного по длине давления на внешнюю поверхность, т. е. $\sigma_x = s = 0$, тогда уравнения (7) и (17) будут иметь вид:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \lambda \right) \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{h}{\varphi_c D'_c} \left(\sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) = 0, \quad (18)$$

$$\frac{1}{\lambda} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + \left(3 - \frac{1}{\lambda} \right) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4\lambda} \right) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = -\frac{\varphi_c E}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (19)$$

Примем для w выражение [6]:

$$w = A \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R}. \quad (20)$$

Из уравнения совместности (19) находим функцию напряжений:

$$\Phi = B \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R}, \quad (21)$$

$$\text{где } B = E \frac{A \varphi_c}{R \left[\frac{\varphi_c \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2}{\varphi_k} + \left(3 - \frac{\varphi_c}{\varphi_k} \right) \left(\frac{n}{R} \right)^2 + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\varphi_c}{\varphi_k} \right) \left(\frac{Ln^2}{m\pi R^2} \right)^2 \right]}.$$

Далее, подставляя (20) и (21) в уравнение (18), получим:

$$\frac{\sigma_y R}{Eh} = \frac{\eta}{9} \left[\vartheta^4 + 2\vartheta^2 + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \frac{\varphi_k}{\varphi_c} \right) \right] + \frac{\vartheta^4}{\eta \left[\frac{\varphi_c}{\varphi_k} \vartheta^4 + \left(3 - \frac{\varphi_c}{\varphi_k} \right) \vartheta^2 + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\varphi_c}{\varphi_k} \right) \right]}, \quad (22)$$

$$\text{где } \eta = \frac{n^2 h}{R}, \quad \vartheta = \frac{m\pi R}{nL};$$

n и m – количество полуволн в направлении OY и OX соответственно;

$$\lambda = \frac{\varphi_k}{\varphi_c}.$$

При деформировании заготовка получает определенную форму, заданную инструментом, тогда допустим $m = 1$, $\vartheta \ll 1$ и при сильно развитой пластической деформации можно положить $\varphi_k = \varphi_c$ [5], формула (22) принимает вид:

$$\frac{\sigma_y R}{Eh} = \frac{\eta}{9} + \frac{\vartheta^4}{\eta}. \quad (23)$$

Экстремальное значение поверхностной нагрузки определится как минимум выражения (23) по n^2 :

$$\left(\frac{n^2 h}{9R} + \frac{R}{n^2 h} \left(\frac{\pi R}{nL} \right)^4 \right); \quad (24)$$

$$n^4 = \frac{\pi^2 R^3}{hL^2}. \quad (25)$$

Подставляя полученное значение n в выражение (23), получим верхнее значение напряжения, вызывающего пластическую деформацию:

$$\frac{\sigma_y R}{Eh} = \frac{\pi R}{L} \sqrt{\frac{h}{R}}, \quad (26)$$

и окончательно будем иметь:

$$\sigma_y = \frac{\pi E h}{L} \sqrt{\frac{h}{R}}. \quad (27)$$

Максимальное давление, которое необходимо чтобы вызвать пластическую деформацию:

$$q_{\max} = \sigma_y \cdot h = \frac{\pi E h^2}{L} \sqrt{\frac{h}{R}}. \quad (28)$$

Подставляя полученное выражение в (2), окончательно получим:

$$q = \frac{E h^2}{2L} \sqrt{\frac{h}{R}} [2 \sin \varphi_0 - 2 \varphi_0 \cos \varphi_0] + \sum_{k=1}^{k=\infty} 2 \frac{E h^2}{L} \sqrt{\frac{h}{R}} w_k \cos k \varphi, \quad (29)$$

тогда усилие, соответствующее распределенной нагрузке:

$$P = q \frac{\pi R}{2} = \frac{\pi R}{2} \left(\frac{E h^2}{2L} \sqrt{\frac{h}{R}} [2 \sin \varphi_0 - 2 \varphi_0 \cos \varphi_0] + \sum_{k=1}^{k=\infty} 2 \frac{E h^2}{L} \sqrt{\frac{h}{R}} w_k \cos k \varphi \right). \quad (30)$$

ВЫВОДЫ

Получена зависимость для расчета потребной нагрузки при локальной пластической деформации цилиндрической заготовки, которая основана на допущениях Киргофа-Лява и В. З. Власова и может быть использована в проектировочных расчетах для технологий радиально-ротационного профилирования. Как видно из выражения, усилие, которое необходимо, чтобы вызвать пластическую деформацию, будет увеличиваться с ростом толщины и диаметра заготовки и уменьшаться с увеличением длины. С каждым оборотом сила будет возрастать, так как изменяется секущий модуль заготовки, который характеризует упрочнение материала в процессе деформации.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коноваленко А. Д. Экспериментальное исследование энергосиловых параметров процесса профилирования ободьев колес транспортных средств / А. Д. Коноваленко // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії та машинобудуванні: зб. наук. пр. – Краматорськ : ДДМА, 2001. – С. 162–167.
2. Драгобецкий В. В. Учет влияния изменения толщины листовой заготовки в процессе деформирования / В. В. Драгобецкий, А. А. Зюков, А. Д. Коноваленко // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету : наукові праці КДПУ. – Кременчук : КДПУ, 2005 – Вип. 2 (31). – С. 61–62.
3. Левченко Р. В. Определение параметров нажимного устройства при профилировании обечаек / Р. В. Левченко, Е. А. Наумова, Р. Г. Пузырь // Вісник Національного технічного університету «ХПИ» : зб. наук. пр. – Харків : НТУ «ХПИ», 2012. – № 47 (953). – С. 61–66. – (Серія «Нові рішення в сучасних технологіях»).
4. Власов В. З. Избранные труды. Т. 1 / В. З. Власов. – М. : Изд-во АН СССР, 1962. – 528 с.
5. Ильющин А. А. Пластичность. Упругопластические деформации. Ч. 1 / А. А. Ильющин. – М. : ОГИЗ, 1948. – 377 с.
6. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем / А. С. Вольмир. – М. : Наука, 1967. – 984 с.
7. Филлин А. П. Элементы теории оболочек / А. П. Филлин. – Л. : Стройиздат, 1975. – 256 с.
8. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести : учебник для студентов вузов / Н. Н. Малинин. – М. : Машиностроение, 1975. – 400 с.

Пузырь Р. Г. – канд. техн. наук, доц. КрНУ им. М. Остроградского.

КрНУ им. М. Остроградского – Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского, г. Кременчуг.

E-mail: kafea@polytech.poltava.ua

Статья поступила в редакцию 05.03.2013 г.